

Übungsklausur

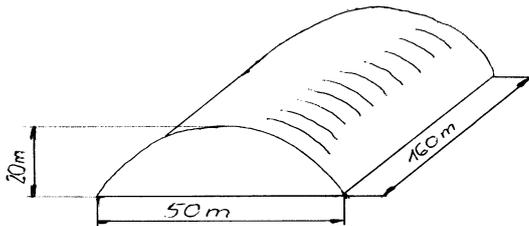
1. Gegeben sind die Funktionenscharen  $f_a$  und  $g_m$  durch

$$f_a(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 4ax \quad (a, x \in \mathbb{R}; a > 0)$$

$$g_m(x) = mx \quad (m, x \in \mathbb{R}; m > 0)$$

- a) Berechne die Nullstellen der Funktionen der Schar  $f_a$ ! (3BE)  
 b) Zeige, dass es Graphen von Funktionen der Schar  $g_m$  gibt, die den Graphen von  $f_1$  in genau drei Punkten  $A_m$ ,  $B_m$  und C schneiden!  
 Berechne für diese Fälle die Werte des Parameters m und die Koordinaten der Schnittpunkte! (6BE)  
 c) Jeder Graph dieser Funktionen aus  $g_m$ , die x-Achse sowie Parallelen zur y-Achse durch die entsprechenden Punkte  $A_m$  und  $B_m$  begrenzen zwei Dreiecke.  
 Berechne m für den Fall, dass die Summe der Maßzahlen der Flächeninhalte dieser Dreiecke maximal wird! (4BE)

2. Beim Bau eines Speichers werden parabolische Bogenkonstruktionen entsprechend nachfolgender Skizze verwendet.



- a) Bestimme die Funktionsgleichung der Parabel! (2BE)  
 b) Ermittle rechnerisch den Flächeninhalt der Querschnittsfläche und das Volumen des Speichers! (3BE)
3. Zeige, dass alle Parabeln der Form  $y = 2t^{-2}x - t^{-3}x^2$  ( $t > 0$ ) mit der x-Achse gleich große Flächen einschließen! Berechne diesen Flächeninhalt! (4BE)
4. Berechne folgendes Integral! Gib auch die Stammfunktion an!

$$\int_1^2 \frac{6 + 18x^2}{(x^3 + x)^2} dx \quad (2BE)$$

5. Für welche Zahlen  $z \in \mathbb{R}$  gilt die Gleichung

$$\int_{-1}^3 (z^2 + 0,5xz) dx = -5 \quad (2BE)$$

Ausgewählte Lösungen:

1. a)  $x_{01} = 0$ ;  $x_{02} = -\sqrt{12a}$ ;  $x_{03} = \sqrt{12a}$       b)  $m < 4$       c)  $m = 2$   
 2. a)  $y = -0,032x^2 + 20$       b)  $V = 106.666,67m^3$   
 3.  $A = \frac{4}{3}$  (unabhängig von t)  
 4. 2,4  
 5. keine Lösungen