

Übungs-Klausur

Arbeitszeit : 90min

Hilfsmittel : -Programmierbarer Taschenrechner mit Grafikdisplay und ohne Computeralgebra
-Tafelwerk

Hinweise : 1.) Alle Ergebnisse sind schlüssig zu begründen!

2.) Sollte aus dem Lösungsweg die Lösungsstrategie nicht eindeutig hervorgehen, muss diese verbal angegeben werden!

3.) Bei Näherungswerten werden generell zwei Nachkommastellen angegeben!

1. Gib die erste Ableitung an!

(5BE)

| Funktion | Erste Ableitung |
|--|-----------------|
| $f(x) = 1,05^x + e^{2x}$ | |
| $f(x) = 3,5^{-x} + 12,1x$ | |
| $f(x) = \frac{b^x}{\ln b} + \frac{\ln b}{b}$ | |
| $f(x) = \log_4 x + x + t^2$ | |
| $f(t) = \ln(bt+5)$ | |

2. Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = x^4 - 5x^2 + 4$. Gib die Anstiege des Funktionsgraphen in allen Schnittpunkten mit der x-Achse an! (4BE)

3. Gesucht ist eine ganzrationale Funktion dritten Grades, deren Graph durch die Punkte $P_1(1;2)$ und $P_2(2;6)$ verläuft, an der Stelle $x = -1$ den Anstieg -12 hat und deren Ableitungsfunktion an der Stelle $x = 1$ den Anstieg 2 hat. (4BE)

4. Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = (2x + c)^{-1}$. Ermittle **rechnerisch** alle Zahlen c, für die gilt: $f'(2) = -0,5$. (2BE)

5. Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$. Untersuche die Funktion f **rechnerisch** (d.h. ohne Zuhilfenahme des GTR) auf folgende Eigenschaften:

a) Größtmöglicher Definitionsbereich (Schreibweise!)

b) Nullstellen

c) Schnittpunkt S_Y mit der y-Achse

d) Lokale Extrempunkte und Art der Extrema mit Nachweis

e) Wendepunkte und Nachweis

f) Verhalten von f im Unendlichen ohne Nachweis (Schreibweise!) (11BE)

6. Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = x^3 + 3x^2 + x + 2$.

a) Bestimme **rechnerisch** die Wendetangente!

b) Welchen Winkel schließt diese Tangente mit der positiven Richtung der y-Achse ein? (4BE)

7. Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{6} (x+1)^2 (x-2)$.

Bestimme alle Hoch-, Tief- und Wendepunkte (ohne ausführliche Rechnung)!

Der Hochpunkt und der Wendepunkt sind gemeinsam mit dem Koordinatenursprung Eckpunkte eines Dreiecks. Berechne dessen Umfang und Flächeninhalt. (5BE)

Ausgewählte Lösungen:

1.) $f'(x) = \ln 1,05 \cdot 1,05^x + 2e^{2x}$

$f'(x) = -\ln 3,5 \cdot 3,5^{-x} + 12,1$

$f'(x) = b^x$

$f'(x) = \frac{1}{x \ln 4} + 1$

$f'(t) = \frac{b}{bt + 5}$

2.) $f'(-2) = -12 \quad f'(-1) = 6 \quad f'(1) = -6 \quad f'(2) = 12$

3.) $f(x) = -x^3 + 4x^2 - x$

4.) $c_1 = -6 \quad c_2 = -2$

5.) $x_0=0; S_y(0;0); H(0;0); T(2;4);$ kein WP

6.) $y = -2x + 1 \quad \alpha = 26,57^\circ$

7.) $H(-1;0); T(1;-\frac{2}{3}); W(0;-\frac{1}{3}); A=0,1\bar{6} \text{ FE}; u=2,39 \text{ LE}$