

Test

Arbeitszeit : 45min

Hilfsmittel : -Programmierbarer Taschenrechner mit Grafikdisplay und ohne Computeralgebra
-Tafelwerk

Hinweise : 1.) Alle Ergebnisse sind schlüssig zu begründen!

2.) Sollte aus dem Lösungsweg die Lösungsstrategie nicht eindeutig hervorgehen, muss diese verbal angegeben werden!

3.) Bei Näherungswerten werden generell zwei Nachkommastellen angegeben!

-
- Für jede Zahl $a \in \mathbb{R}$ sind durch $f_a(x) = x^3 + \frac{a}{2}x^2 + (a+1)x$ eine Funktion f_a und ein Schaubild K_a gegeben.
 - Es gibt zwei Punkte, die auf allen Kurven K_a liegen. Berechne ihre Koordinaten!
 - Zeige: Es gibt eine Stelle x_0 , für welche die Tangenten aller Kurven K_a parallel sind. Gib x_0 und die Steigung der Tangenten an!
 - Gegeben sind die Funktionen f mit $f(x) = 0,5x^2 + 1$ und g mit $g(x) = \ln(0,5x)$ ($x > 0$). Jede Gerade $x = c$ ($c > 0$) schneidet die Graphen von f und g in je einem Punkt P bzw. Q . Für welche Zahl c ist der Abstand von P und Q am kleinsten? Wie groß ist dieser Abstand?
 - Gegeben sei $f_t(x) = -x^4 + 2x^3 - 2tx + t$ ($t \in \mathbb{R}$)
Für welches t haben die Wendepunkte von f_t den kleinsten Abstand?
 - Gegeben sei die Funktion f mit $f(x) = e^x(e^x - 2)$.
Untersuche f rechnerisch auf Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen, Extrempunkte (Art der Extrema) und Wendepunkte!

Ausgewählte Lösungen:

- $S_1(0;0)$; $S_2(-2;-10)$
 - $x_0 = -1$; $f'(-1) = 4$
- $c = 1$; Abstand: $1,5 + \ln 2$
- $W_1(0;t)$; $W_2(1;1-t)$; $t = 0,5$
- $S_Y(0;-1)$; $S_X(\ln 2;0)$
 $T(0;-1)$; $W(\ln 0,5;-0,75)$