

Test

1. Drei Schlepper ziehen ein Schiff, wobei die Kraftvektoren der Schlepper in einem geeigneten kartesischen Koordinatensystem durch

$$\vec{F}_1 = \begin{pmatrix} 9 \\ 2 \end{pmatrix}; \vec{F}_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix} \text{ und } \vec{F}_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \end{pmatrix}$$

gegeben sind. Berechne die Fahrtrichtung und mit dem Maßstab $1\text{LE}=10^4\text{N}$ die verrichtete mechanische Arbeit für einen Weg der Länge 1km! (4BE)
(Hinweis: Das Koordinatensystem muss nicht gezeichnet werden.)

2. Berechne den Winkel zwischen der Raumdiagonalen und einer anliegenden Seitenkante eines Würfels! (3BE)

3. In einem kartesischen Koordinatensystem sind die Punkte $A(4; 0; 0)$; $B(7; 1; 2)$ und $C(1; 1; -1)$ sowie die Ebenenschar E_a durch

$$E_a: x_1 + (1 - 2a)x_2 - (2 - a)x_3 = 4; a \in \mathbb{R} \text{ gegeben.}$$

- a) Weise nach, dass die durch die Punkte A und B verlaufende Gerade g Schnittgerade aller Ebenen der Schar E_a ist!
Zeige, dass keine Ebene der Schar E_a den Koordinatenursprung enthält!
Ermittle den Parameter a für diejenige Ebene der Schar E_a , in der der Punkt C liegt! (4BE)
- b) Der Punkt C' sei Spiegelbild von C bei Spiegelung an der Ebene E_1 .
Gib eine Gleichung der Ebene von E_a an, in der der Punkt C' liegt!
Der Punkt C' ist die Spitze eines Tetraeders mit der Grundfläche ABC.
Berechne das Volumen des Tetraeders $ABCC'$! (6BE)
- c) Es gibt Ebenen der Schar E_a , die mit den Koordinatenachsen ein gleichseitiges Dreieck bilden. Berechne alle Werte von a für diesen Fall! (5BE)

Ausgewählte Lösungen:

- 1) $W = 2,13 \times 10^8 \text{ Nm}$
2) $54,74^\circ$
3) a) $0 = 4$ Widerspruch; $a = 0$
b) $C'(3; -1; -3)$; $a = 4$; $E_4: x_1 - 7x_2 + 2x_3 = 4$; $V = 2$
c) $a = 1$