

Test

Arbeitszeit : 45 min

Hilfsmittel : -Programmierbarer Taschenrechner mit Grafikdisplay und ohne Computeralgebra
-Tafelwerk

Hinweise : 1.) Alle Ergebnisse sind schlüssig zu begründen!

2.) Sollte aus dem Lösungsweg die Lösungsstrategie nicht eindeutig hervorgehen, muss diese verbal angegeben werden!

3.) Bei Näherungswerten werden generell zwei Nachkommastellen angegeben!

1. L_1 und L_2 sind Lösungsmengen homogener Gleichungssysteme. **Untersuche rechnerisch**, ob $L_1=L_2$ gilt!

$$L_1 = \{(x_1; x_2; x_3) \mid (x_1; x_2; x_3) = s(2; 0; 8) + t(6; 14; -1)\}$$

$$L_2 = \{(x_1; x_2; x_3) \mid (x_1; x_2; x_3) = m(10; 7; 27) + n(2; 7; -5)\} \quad (s; t; m; n \in \mathbb{R}) \quad 4\text{BE}$$

2. Gegeben sind drei Verschiebungen \vec{a} , \vec{b} und \vec{c} . Welche Verschiebung \vec{x} erfüllt die Gleichung?

$$6(1,25\vec{b} - 0,6\vec{a} - \vec{x}) - 0,2(4\vec{a} + 9\vec{b} + 10\vec{c}) = \vec{0} \quad 2\text{BE}$$

3. Es seien \vec{a} , \vec{b} und \vec{c} drei gegebene Verschiebungen. **Stelle** \vec{a} , \vec{b} und \vec{c} jeweils als Linearkombination von \vec{x} , \vec{y} und \vec{z} **dar!** (Hinweis: Erweitere die Gleichungen zunächst geschickt!)

$$\vec{x} = 0,375\vec{a} - 0,25\vec{b} - 0,125\vec{c}; \quad \vec{y} = 0,25\vec{a} - 0,5\vec{b} + 0,25\vec{c};$$

$$\vec{z} = 0,125\vec{a} + 0,25\vec{b} + 0,625\vec{c} \quad 4\text{BE}$$

4. **Beschreibe**, wie man rechnerisch überprüft, ob eine vorgegebene Menge ein Vektorraum ist! 2BE

5. Gegeben sind in einem kartesischen Koordinatensystem die Punkte A(5; 2; 4), C(3; 6; 2) und D(6; 10; 5). **Berechne** den Punkt B so, daß ABCD ein Parallelogramm ist! 2BE

6. **Erkläre** den Unterschied zwischen einem Erzeugendensystem und einer Basis eines Vektorraumes! 2BE

7. Gegeben ist in einem kartesischen Koordinatensystem eine dreiseitige Pyramide ABCD mit A(8; 4; 2); B(6; 10; 0); C(-2; 10; 0); D(6; 8; 8).

M_1 und M_2 seien die Mittelpunkte der Kanten \overline{DA} und \overline{DB} .

- a) **Zeichne** die Pyramide in ein kartesisches Koordinatensystem! (Millimeterpapier!)

- b) **Bestimme rechnerisch** die Koordinaten der Verschiebung $\overrightarrow{M_1M_2}$! 4BE

Ausgewählte Lösungen:

- 1.) L_1 ungleich L_2

$$2.) \vec{x} = -\frac{11}{15}\vec{a} + \frac{19}{20}\vec{b} - \frac{1}{3}\vec{c}$$

$$3.) \vec{a} = 3\vec{x} - \vec{y} + \vec{z}; \quad \vec{b} = \vec{x} - 2\vec{y} + \vec{z}; \quad \vec{c} = -\vec{x} + \vec{y} + \vec{z}$$

- 5.) B(2; -2; 1)

$$7.) \text{ b) } \overrightarrow{M_1M_2} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$$